

2.6 Innerer Aufbau von Sternen

Sterne sind immense Gaskugeln mit Massen, die etwa das $10^5 \dots 10^6$ - fache der Erdmasse entsprechen. Aus geologischen Untersuchungen weiß man, daß die Sonne sein ca. $5 \cdot 10^9$ Jahren eine Leuchtkraft von der heutigen Größenordnung hat und sich seitdem physikalisch kaum vom heutigen Zustand unterschieden haben dürfte. Die Beobachtungen der physikalischen Charakteristiken der Sterne lassen darauf schließen, daß der gegenwärtige Zustand der Sonne repräsentativ ist für die weitaus größte Mehrheit der Sterne - der Hauptreihensterne. Die Physik des inneren Aufbaus der Sterne muß sowohl diese zeitliche Stabilität wie auch die beobachtete Bandbreite physikalischer Zustände - d. h. Massen, Leuchtkräfte, Effektivtemperature - konsistent erklären.

Physikalische Modelle der Sterne gibt es seit Anfang des Jahrhunderts, basierend auf der Thermodynamik. Aber erst als mit der Kernfusion eine vernünftige Erklärung der Energieerzeugung in Sternen gefunden wurde (CNO-Zyklus, Bethe und Weizsäcker, 1938), waren konsistente Modelle möglich. Ein Satz von vier Differentialgleichungen und drei Materialgleichungen reicht aus, um den Zustand vieler Sterne hinreichend genau zu beschreiben. Die Lösung dieser Gleichungen wird numerisch vollzogen, somit sind genaue Modelle erst mit Aufkommen leistungsfähiger Computer entstanden.

2.6.1 Gleichgewichtsbedingungen

Mathematisch lassen sich die Gleichgewichtsbedingungen mit Differentialgleichungen beschreiben, welche die Verteilung der **Masse** M , des **Drucks** P , der **Temperatur** T , und der **Energieerzeugung** ϵ beschreiben. Man nimmt Isotropie an (kein rotierender Stern!), somit sind alle physikalischen Größen nur Funktion des **radialen Abstandes** r vom Zentrum des Sterns.

2.6.1.1 Hydrostatisches Gleichgewicht

Die Gravitation erzeugt eine zum Zentrum gerichtete Kraft, der Gasdruck des Sternmaterials wirkt dieser Kraft entgegen. Im Gleichgewichtszustand heben sich beide Kräfte in jedem Abstand vom Zentrum auf.

Die auf die Materie in einem Volumenelement $dV = dA dr$ (dA : Flächenelement auf einer Kugelschale, dr : Höhe des Elements) im Abstand r vom Zentrum wirkende **Gravitationskraft** dF_g ist bestimmt durch den Bruchteil $M(r)$ der Sternmasse innerhalb der Kugel mit Radius r

$$dF_g = -\frac{GM(r)dm}{r^2} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}dA dr \quad \text{mit} \quad dm = \rho(r) dA dr \quad (2.45)$$

Der **Gasdruck** am unteren Rand des Volumenelements sei P , der am oberen Rand sei $P + dP$. Die resultierende Kraft ist

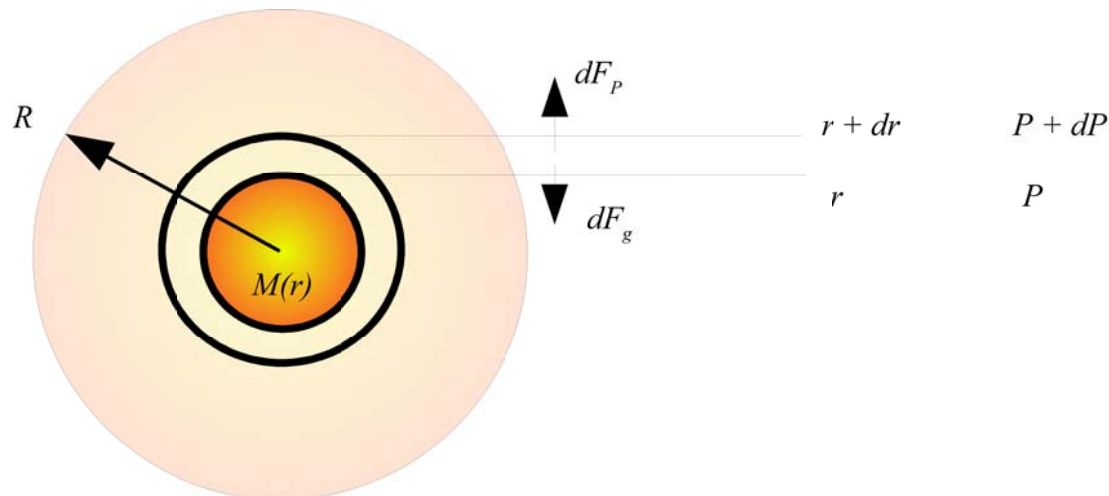
$$dF_p = P dA - (P + dP) dA = -dP dA \quad (2.46)$$

Im Gleichgewichtsfall heben sich die Kräfte auf, also gilt

$$0 = dF_g + dF_p = -\frac{G M(r) \rho(r)}{r^2} dA dr - dP dA$$

$$\boxed{\rightarrow \frac{dP}{dr} = -\frac{G M(r) \rho(r)}{r^2}} \quad (2.47)$$

Gleichung (2.47) beschreibt das **hydrostatische Gleichgewicht**.



Zeichnung 1: Zum hydrostatischen Gleichgewicht.

2.6.1.2 Kontinuitätsgleichung

Die **Kontinuitätsgleichung** beschreibt die innerhalb eines gegebenen Radius r vorhandene Masse

$$\boxed{dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) dr} \quad (2.48)$$

2.6.1.3 Energieerhaltung

Jede innerhalb des Sterns erzeugte Energie muß im Gleichgewicht an die Oberfläche transportiert und in den Weltraum abgestrahlt werden. Wir bezeichnen mit $L(r)$ den Energiefluß [W] durch eine Kugelschale mit Radius r , und mit $\epsilon(r)$ die Energieerzeugungsrate pro Masseneinheit [W kg^{-1}]. Damit erhalten wir für eine Kugelschale mit Radius r und Dicke dr

$$dL(r) = L(r+dr) - L(r) = \epsilon(r) dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) dr \quad (2.49)$$

Daraus ergibt sich als **Energieerhaltungsgleichung**

$$\boxed{\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r)} \quad (2.50)$$

2.6.1.4 Energietransport und Temperaturgradient

Die im Stern erzeugte Energie kann nach außen transportiert werden durch die Mechanismen Wärmeleitung, Konvektion, oder Strahlung. Die Art des dominanten Mechanismus hängt vom Zustand der Materie und vom Temperaturgradienten $\frac{dT}{dr}$ ab. Wärmeleitung ist bei normalen Sternen sehr ineffizient und spielt keine Rolle.

Beim **Energietransport durch Strahlung** werden Photonen in heißeren Gebieten emittiert und in kühleren Gebieten absorbiert und führen lokal zur Aufheizung. Im Falle eines Netto-Energiestroms durch Strahlungstransport stellt sich der *radiative Temperaturgradient* ein. Um diesen aus der Strahlungsstransportgleichung (2.17) zu berechnen, kombiniert mit (2.26) und unter Berücksichtigung, daß der Strahlungstransport in radialer Richtung erfolgt (mit θ als Winkel zur vertikalen Richtung), ergibt sich nach Integration über alle Wellenlängen

$$\cos(\theta) \frac{dI}{\check{\kappa} \rho dr} = -I + B \quad . \quad (2.51)$$

Im Unterschied zu den vorher verwendeten, auf das Volumen bezogenen Absorptionskoeffizienten κ (Einheit [m⁻¹]) betrachten wir hier den *Massenabsorptionskoeffizienten* $\check{\kappa}$ (Einheit [m² kg⁻¹]). Es gilt $\kappa = \check{\kappa} \rho$. Da über die Wellenlänge integriert ist, ist für $\check{\kappa}$ ein (harmonischer) Mittelwert zu verwenden (**Rosseland-Opazität**).

Man multipliziert (2.51) mit $\cos(\theta)$ und integriert über alle Richtungen. Auf der rechten Seite ergibt sich der Gesamtstrahlungsstrom F (2.6), da die Integration über die Kirchhoff-Planck-Funktion $B \cos(\theta)$ verschwindet. Somit ergibt sich aus (2.51)

$$F = - \int_0^\pi \frac{dI}{\check{\kappa} \rho dr} \cos(\theta)^2 2\pi \sin(\theta) d\theta \quad . \quad (2.52)$$

Im Sterninneren kann man davon ausgehen, daß das Strahlungsfeld nahezu isotrop ist und die Integration über θ auf den Term $\int_0^\pi \cos(\theta)^2 2\pi \sin(\theta) d\theta = \frac{4\pi}{3}$ beschränkt ist. Außerdem kann man die Gesamtintensität als Funktion der Temperatur

nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz angeben mit $I = \frac{\sigma}{\pi} T^4 = \frac{ac}{4\pi} T^4$. Somit ergibt sich (2.52) zu

$$F = \frac{c}{\check{\kappa} \rho} \frac{d(aT^4)}{dr} \quad (2.53)$$

Der Strahlungsstrom F ist also proportional zum Gradienten der Energiedichte aT^4 (siehe (2.30)) und der "Leitfähigkeit" $(\check{\kappa} \rho)^{-1}$ der Materie bezüglich Photonen. Die gesamte, durch eine Kugelschale mit Radius r fließende Strahlungsenergie ergibt sich aus (2.53) durch Multiplikation mit der Schalenfläche

$$L(r) = 4\pi r^2 F = \frac{16\pi acr^2}{3} \frac{T^3}{\check{\kappa} \rho} \frac{dT}{dr} \quad (2.54)$$

Hieraus ergibt sich der Ausdruck für den Temperaturgradienten bei Strahlungstransport.

Gleichung (2.54) beschreibt den Temperaturgradienten in stabilen Schichtungen des Sterninneren. **Energietransport durch Konvektion** tritt dann ein, wenn der Temperaturgradient den *adiabatische Temperaturgradient*

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (2.55)$$

vom Betrag her übersteigt. Dies kann eintreten, wenn z. B. der Absorptionskoeffizient groß wird. In diesem Falle verstärken sich kleine Störungen der Temperatur- und Druckschichtung, und Energie wird nun durch Materieströmungen transportiert, es bildet sich eine **Konvektionszone** aus.

Hauptreihensterne späten Typs haben z. T. sehr ausgedehnte **äußere Konvektionszonen**. Auch bei der Sonne ist die äußeren ca. 30% des Radius konvektiv. In diesen Bereichen ist (2.55) u. U. keine gute Approximation, und man muß den Temperaturgradienten mit Hilfe der **Mischungsweg-Theorie** berechnen.

2.6.1.5 Randbedingungen und Lösbarkeit

Die Gleichungen (2.47), (2.48), 2.50) sowie entweder (2.54) oder (2.55) stellen ein System dar, mit welchem man die Gleichgewichtskonfiguration eines Sterns berechnen kann. Zur vollständigen Lösung sind einige Randbedingungen sowie **Materialgleichungen** - die Physik beinhaltende **Zustandsgleichung**, **Opazität** und **Energieerzeugung** - erforderlich, um das Problem lösbar zu machen. Als Randbedingungen werden verwendet:

- $M(0) = L(0) = 0$ (die eingeschlossene Masse und die Leuchtkraft verschwinden im Zentrum),
- $M(R) = M$ (am äußeren Rand entspricht die eingeschlossene Masse der Gesamtmasse),
- $P(R) = T(R) = 0$ (am äußeren Rand verschwinden Druck und Temperatur).

Durch Angabe einer Gesamtmasse und der chemischen Zusammensetzung ist die Gleichgewichtslösung für einen Stern im wesentlichen eindeutig (**Vogt-Russell-Theorem**).

2.6.2 Zustandsgleichung des Gases

Die Zustandsgleichung des Gases beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur im Sterninneren. Aufgrund der hohen Temperatur ist das Gas vollständig ionisiert. Bei Dichten unterhalb von 10^7 [kg m⁻³] läßt sich der Gasdruck gut durch die ideale Gasgleichung beschreiben,

$$P_g = \frac{k}{\mu m_H} \rho T \quad (2.56)$$

Dabei ist μ das mittlere Atomgewicht und m_H die Masse des Wasserstoffatoms. Das mittlere Atomgewicht μ läßt sich berechnen unter Berücksichtigung vollständiger Ionisation. In der Astrophysik wird der *relative Massenanteil* von Wasserstoff mit X bezeichnet, der von Helium mit Y und der aller anderen Elemente mit Z , so daß gilt $X + Y + Z = 1$. Jedes Atom erzeugt (Kernladungszahl plus eins) freie Teilchen (Atomkern plus freie Elektronen). Alle Elemente schwerer als Helium erzeugen ungefähr die Hälfte ihres Atomgewichtes an freien Teilchen. Das mittlere Atomgewicht ist daher in guter Näherung

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \quad (2.57)$$

Bei hohen Temperaturen spielt der **Strahlungsdruck**

$$P_r = \frac{1}{3} a T^4 \quad (2.58)$$

eine signifikante Rolle. Der Gesamtdruck ergibt sich damit zu

$$P = P_g + P_r = \frac{k}{\mu m_H} \rho T + \frac{1}{3} a T^4 \quad (2.59)$$

Bei sehr hohen Dichten (Weiße Zwerge, Neutronensterne, Kerne von Riesensternen) treten Abweichungen vom idealen Gas durch Degeneration der Elektronen auf. In diesem Falle gilt (2.56) nicht mehr, und der Druck kann unabhängig von der Temperatur werden.

In den äußeren Hüllen der Sterne sind ebenfalls die Abweichung von totaler Ionisation erheblich. Hier wird insbesondere (2.57) nicht mehr gelten. Im allgemeinen muß man diese Abweichungen detailliert betrachten und hat nur einen generellen Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur $P = P(T, \rho, X, Y, Z)$.

2.6.3 Energieerzeugung

Aufgrund der langen Lebensdauer von Sternen - ca. 10^{10} Jahre für sonnenähnliche Sterne - kann ihre Leuchtkraft nur durch einen im Zentrum stattfindenden **thermonuklearen Prozeß** erklären. Dabei werden leichte Atomkerne zu schwereren in einem exothermen Prozeß verschmolzen. Die Masse eines Kerns ist kleiner als die Summe der Masse seiner (freien) Nukleonen, und die Bindungsenergie pro Nukleon ist gegeben mit

$$Q = \frac{1}{Z+N} [Z m_p + N m_n - m(Z, N)] c^2 \quad . \quad (2.60)$$

Dabei sind m_p und m_n die Massen freier Protonen und Neutronen, Z und N die Zahl der Protonen und Neutronen im Kern, und $m(Z, N)$ die Kernmasse. Die Bindungsenergie Q steigt mit zunehmender Kernladungszahl Z bis $Z = 28$ an und nimmt danach wieder ab. Leichte Elemente können in Sternen also unter Energiegewinn bis zum Eisen ($Z = 28$) fusioniert werden. Die effektivste Reaktion ist die Verschmelzung von Wasserstoff zu Helium; bei jedem Prozeß werden dabei $4.1 \cdot 10^{-12}$ J (oder 0.7% der Masse) frei. Pro kg Sternmaterie entspricht dies einer Kapazität von $6 \cdot 10^{14}$ J. Bislang hat die Sonne ca. $3 \cdot 10^{13}$ J pro kg verbraucht!

Die Summe aller bei einer gegebenen Temperatur und gegebenem Radius stattfindenden Kernreaktionen bestimmen die Energieerzeugung $\epsilon(r)$, die sich im allgemeinen als Funktion von Temperatur, Dichte, und chemischer Zusammensetzung darstellen läßt ($\epsilon(T, \rho, X, Y, Z)$). Im folgenden stellen wir wichtige Kernverschmelzungsreaktionen vor.

2.6.3.1 Proton-Proton-Kette

Diese Reaktionskette erzeugt in mehreren Schritten ${}^4\text{He}$ aus ${}^1\text{H}$ und ist der wichtigste Prozeß in der Sonne. Er umfaßt die Umwandlungen von ${}^1\text{H}$ in ${}^2\text{H}$ (Deuterium), von Deuterium in ${}^3\text{He}$, und von ${}^3\text{He}$ in ${}^4\text{He}$ in drei verschiedenen Unterketten. Zu bemerken ist, daß der erste Schritt (${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$) eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit hat. Bei der Temperatur und dem Druck im Sonneninneren verschmilzt ein Proton im Mittel alle 10^{10} Jahre zu einem Deuteron. Dies erklärt die lange Lebensdauer der Sonne! Der zweite Schritt erfolgt sehr schnell, daher ist Deuterium in der Sonne sehr rar.

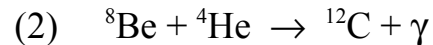
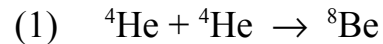
Die freiwerdenden elektronischen Neutrinos ν_e können die Sonne ungehindert verlassen. Geeignete Detektoren können sie auf der Erde nachweisen und somit Aufschluß über die tatsächlichen Verhältnisse in Sonneninneren geben.

2.6.3.2 Kohlenstoff-Zyklus

Diese Reaktionskette ist sehr effizient bei Temperaturen oberhalb von $1.8 \cdot 10^7$ K. Hier wirkt Kohlenstoff ${}^{12}\text{C}$ als "Katalysator", welcher im Laufe des Zyklus in ${}^{13}\text{N}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{15}\text{O}$, ${}^{15}\text{N}$ und durch Abgabe eines Alpha-Teilchens wieder in ${}^{12}\text{C}$ verwandelt wird (daher auch "CNO-Zyklus").

2.6.3.3 Alpha- und Tripel-Alpha-Reaktionen

Bei Temperaturen oberhalb von 108 K kann sich Helium in Kohlenstoff durch die "3 α -Reaktion" bilden ("Helium-Brennen")



Beryllium ist sehr instabil und die Wahrscheinlichkeit der umgekehrten Reaktion (1) ist viel höher als die der Reaktion (2). Es müssen drei ${}^4\text{He}$ -Kerne nahezu simultan zusammenkommen, daher der Name "Tripel-Alpha-Reaktion".

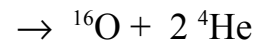
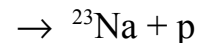
Durch Reaktion mit Helium können sich aus ${}^{12}\text{C}$ höhere Kerne bilden:



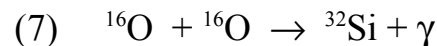
2.6.3.4 Kohlenstoff- Sauerstoff- und Silizium-Brennen

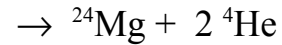
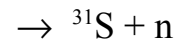
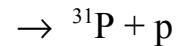
Diese Reaktionen treten in fortgeschrittenen Stadien der Sternentwicklung, und nur bei Sternen mit hinreichend großer Masse auf.

Kohlenstoff-Brennen, nach Verbrauch allen Heliums, bei $T = (5 \dots 8) 10^8$ [K]:

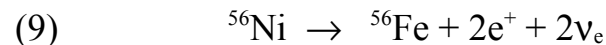
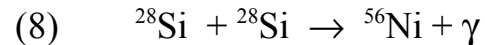


Sauerstoff-Brennen, bei etwas höheren Temperaturen:





Silizium-Brennen produziert im Endeffekt Nickel und Eisen, kurz dargestellt mit



Bei allen Prozessen ist die Temperatur so hoch, daß über die schwache Wechselwirkung aus thermischer Energie Neutrinos erzeugt werden, welche den Stern ungehindert verlassen. Die so abgeführte Energie ist von vergleichbarer Energie wie die durch thermonukleare Reaktionen erzeugte Energie.

2.6.3.5 Sonstige Reaktionen

Bei sehr hohen Temperaturen $< 10^9$ [K] kann die Energie der Photonen Kerne spalten (*Photodissoziation*). Umgekehrt können durch Neutroneneinfang Kerne von höherer Masse als Eisen entstehen, allerdings nur während der letzten, sehr energetischen Entwicklungsphase schwerer Sterne (*Supernovae*) sowie in Roten Riesen (*s-Prozeß*).

2.6.4 Opazität

Auch der Massenabsorptionskoeffizient $\kappa(T, \rho, X, Y, Z)$ läßt sich als Funktion von Dichte und Temperatur, und chemischer Zusammensetzung darstellen. Die Opazität ist über die Wellenlängen gemittelt (2.51); um diese Mittelung durchführen zu können, muß die Wellenlängenabhängigkeit genau bekannt sein. Dazu ist die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Photon der Energie $h\nu$ absorbiert oder gestreut werden kann, zu bestimmen. Dies geschieht durch Betrachten der Übergänge aller in Frage kommenden Atome, Ionen oder Elektronen und ist sehr aufwändig. Dies wird in **Abschnitt 2.9** genauer betrachtet. Im allgemeinen sind die folgenden Prozesse zu beachten.

Gebunden-gebunden-Absorption durch den Übergang eines Elektrons zwischen diskreten gebundenen Zuständen in einem Atom oder Ion. Dieser entspricht einer definierten Frequenz ν . Natürliche Breite der Absorptionslinie, Dopplerverbreiterung und Druckverbreiterung beeinflussen das Absorptionsquerschnitt.

Gebunden-frei-Absorption (Photoionisation) durch den Übergang eines gebundenen Elektrons in einen ionisierten Zustand, wenn die Photonenenergie die Ionisationsenergie eines Atoms/Ions überschreitet. GF-Übergänge führen zu Ionisationskanten in der Opazität bei der Ionisationsenergie mit anschließenden Kontinua $\sim \nu^{-3}$.

Frei-frei-Absorption (inverse Bremsstrahlung) wird durch freie Elektronen bei Vorhandensein dritter Teilchen bewirkt. Der Wirkungsquerschnitt hängt von der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ab und ist ebenfalls $\sim \nu^{-3}$.

Elektronenstreuung (Thomson-Streuung) ist unabhängig von der Frequenz und hängt ab von der Elektronendichte.

Die Berechnung des Rosseland-Mittels für κ beinhaltet das Integral über die Frequenz der Summe der Absorptionsquerschnitte mal den Teilchendichten der entsprechenden Spezies. Letztere werden aus der **Boltzmann-** bzw. **Saha-Gleichung** ermittelt. Siehe auch **Abschnitt 2.9**.

2.6.5 Sternenmodelle

Zur Lösung der Differentialgleichungen sowie der Materialgleichungen werden Computerprogramme verwendet. Das Resultat sind Gleichgewichtsmodelle von Sternen. Die Abbildung zeigt das Resultat einer solchen Modellrechnung in Form der Verteilung von Masse, Leuchtkraft, Druck, Temperatur, Dichte, Wasserstoffhäufigkeit und mittleres Molekulargewicht als Funktion des geometrischen Radius für die heutige Sonne.

2.7 Überblick über die Sternentwicklung

Computermodelle wie im letzten Kapitel vorgestellt beschreiben zwar ein Gleichgewicht eines Sterns, jedoch ist offensichtlich, daß Brennstoff verbraucht wird und sich damit die chemische Zusammensetzung des Sterns als Funktion des

Radius ändert. Modelle müssen daher so konstruiert sein, daß sie eine zeitliche Abfolge von Gleichgewichtszuständen beschreiben können. Hiermit kann man die Entwicklung von Sternen durch die verschiedenen Phasen der Energieerzeugung studieren und mit den Beobachtungen vergleichen. In diesem Kapitel betrachten wir im Überblick die aus diesen Betrachtungen erwachsenden Erkenntnisse über die Entwicklung von Sternen.

2.7.1 Zeitskalen der Entwicklung

Verschiedene physikalische Prozesse beeinflussen die Sternentwicklung mit verschiedenen **charakteristischen Zeitskalen**.

2.7.1.1 Nukleare Zeitskala

Die **nukleare Zeitskala** ist gegeben durch den nuklearen Energievorrat eines Sterns dividiert durch seinen Energieverlust während der Phase der nuklearen Energieproduktion, d. h. seine Leuchtkraft. Diese Skala wird dominiert durch das Wasserstoffbrennen. Man weiß aus Modellrechnungen, daß sonnenähnliche Sterne ca. 10% ihres Vorrates an H in He verbrennen. Von diesem Anteil werden 0.7% der Masse in Energie umgewandelt. Die Abschätzung der nuklearen Zeitskala läßt sich nun anhand der bekannten Sonnenmasse und Sonnenleuchtkraft abschätzen:

$$t_n = \frac{0.007 \cdot 0.1 \cdot M_{\text{Stern}} c^2}{L_{\text{Stern}}} \approx \frac{M_{\text{Stern}}}{L_{\text{Stern}}} \frac{L_{\text{Sonne}}}{M_{\text{Sonne}}} 10^{10} \text{ [Jahre]}. \quad (2.61)$$

Aus der Masse-Leuchtkraft-Beziehung (2.45) läßt sich abschätzen:

$$t_n \approx \left(\frac{M_{\text{Stern}}}{M_{\text{Sonne}}} \right)^{-2.8} 10^{10} \text{ [Jahre]}, \quad (2.62)$$

also nimmt die nukleare Zeitskala mit zunehmender Masse des Sterns stark ab! Dies liegt daran, daß die Leuchtkraft mit zunehmender Masse stark ansteigt und ein massiver Stern seinen nuklearen Brennstoff viel schneller verbraucht als einer mit geringer Masse. So hat ein Stern mit $M_{\text{Stern}} = 30 M_{\text{Sonne}}$ eine nukleare Zeitskala von nur $2 \cdot 10^6$ Jahren.

2.7.1.2 Thermische Zeitskala

Die **thermische Zeitskala** ist die Zeit, in welcher ein Stern seine thermische Energie ohne Energieproduktion abstrahlen würde. Diese Zeit ist identisch der Zeit, welche die Strahlung von ihrer Entstehung im Zentrum bis zur Oberfläche benötigt. Man

kann die thermische Zeitskala abschätzen mit Hilfe des *Virialsatzes*, der besagt, daß im Gleichgewichtszustand die mittlere kinetische (und damit thermische) Energie die Hälfte der potentiellen Energie beträgt. Daher:

$$t_{th} = 0.5 \frac{G M^2}{R L} \approx \frac{(M_{Stern}/M_{Sonne})^2}{(R_{Stern}/R_{Sonne})(L_{Stern}/L_{Sonne})} 2 \cdot 10^7 \text{ [Jahre]}. \quad (2.63)$$

Für die Sonne ist t_{th} also 20 Mio. Jahre und wird von der Strahlungszone dominiert (der Energietransport durch die Konvektionszone hat eine viel kürzere Zeitskala von einigen 10^5 Jahren).

2.7.1.3 Dynamische Zeitskala

Die **dynamische Zeitskala** beschreibt, in welchem Zeitraum ein Stern unter seiner Gravitation kollabieren würde, wenn der inner Druck plötzlich wegfiel. Die ist gegeben durch die Zeit, die ein Teilchen im freien Fall vom Rand bis zum Zentrum benötigt und entspricht der halben Periode aus dem 3. Keplerschen Gesetz für eine große Halbachse von $R/2$:

$$t_d = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{(R/2)^3}{GM}} \approx \sqrt{\frac{R^3}{GM}}. \quad (2.64)$$

Für die Sonne beträgt t_d etwa eine halbe Stunde.

2.7.2 Vor-Hauptreihen-Entwicklung

Die Vor-Hauptreihen-Entwicklung umfaßt die frühen Phasen der Sternentstehung bis zum Beginn des Wasserstoff-Brennens, mit welchem sich der Stern auf der Hauptreihe als *zero-age main sequence (ZAMS) star* einfindet. Diese Phase läuft in folgenden Schritten ab,

1. Ein Stern entsteht, wenn ein Gebiet in einer Molekülwolke (im wesentlichen H_2) kondensiert und durch die eigene Gravitation zusammenzieht. Freiwerdende Gravitationsenergie wird in thermische umgewandelt und wegen der geringen Opazität schnell abgestrahlt. Dynamische Zeitskala.
2. Druck und Dichte im Zentrum der Kondensation steigen, und damit die Opazität. Dadurch steigt die Temperatur, der entstehende Druck im Zentrum wirkt dem freien Fall entgegen. Äußere Bereiche kontrahieren immer noch im freien Fall. Ein solches Gebilde nennt man einen **Protostern**. Radius ca. 100 AU.

3. Die Temperatur im Zentrum steigt weiter an. Bei einer Temperatur von 1800 K dissoziiert H_2 , bei 10^4 K ionisiert H, bei 10^5 K ionisiert He. Jeder Prozeß konsumiert Energie, welcher nicht in thermische Energie umgewandelt wird und nicht zur Erhöhung des Drucks führt. In diesen Phasen steigt die Konzentrationsrate an.
4. Bei 10^5 K ist das Gas praktisch komplett ionisiert. Die Kontraktion hört auf und der Protostern nähert sich dem hydrostatischen Gleichgewicht. Radius ca. 0.25 AU. Der Protostern ist in eine Molekularwolke eingebettet und akkretiert Material, die Masse steigt weiterhin. Durch die geringe Zentraltemperatur ist die Opazität hoch und der gesamte Stern ist konvektiv. Seine Leuchtkraft ist daher hoch. Der Protostern erreicht die **Hayashi-Linie** im HRD. Diese zeichnet voll konvektive Sterne im Gleichgewicht aus. "Rechts" von der Hayashi-Linie können keine Sterne im Gleichgewicht existieren, sie kollabieren mit der dynamischen Zeitskala. Die genaue Position auf der Hayashi-Linie hängt von der Masse ab.
5. Der Stern entwickelt sich nun mit der thermischen Zeitskala. Leuchtkraft und Radius nehmen ab, Zentraltemperatur und Druck steigen. Damit nimmt die Opazität im Zentrum ab, der Strahlungstransport wird dominant, bis der größte Teil des Sterns radiativ wird.
6. Bislang war Gravitation die einzige Energiequelle. Mit zunehmender Zentraltemperatur setzen Kernreaktionen ein. Zunächst werden die leichten Elemente (Li, Be, B) zu He verbrannt, bevor die komplette pp-Kette einsetzt. Zu diesem Zeitpunkt nimmt die Oberflächentemperatur zu, der Stern bewegt sich nach "links" im HRD.
7. Bei einer Zentraltemperatur von $4 \cdot 10^6$ K setzt die pp-Kette ein und beendet die Phase der Kontraktion. Nach kurzer Zeit befindet sich der Stern am Beginn der stabilen und ruhigen Hauptreihenphase.

Die Masse des Sterns bestimmt wesentlich die Dauer der einzelnen Schritte. Für sonnenähnliche Sterne dauert die schnelle Phase des Kollaps zu einem Protostern nur einige hundert Jahre, die von der thermischen Skala dominierte spätere Phase einige 10^7 Jahre. Ein Stern mit $M_i = 15 M_{\text{Sonne}}$ kontrahiert zur Hauptreihe in $6 \cdot 10^4$ Jahren, ein Stern mit $M_i = 0.1 M_{\text{Sonne}}$ braucht mehrere 10^8 Jahre. Das Massenspektrum ist durch den Kontraktionsprozeß nach oben beschränkt. Der Strahlungsdruck eines massiven Protosterns übersteigt die Gravitationskraft, so daß die Akkretion bei ca. 100 Sonnenmassen stoppt (die massivsten bekannten Sterne haben 70 Sonnenmassen). Sterne mit Massen von weniger als 0.08 Sonnenmassen erreichen eine für das Wasserstoffbrennen ausreichende Zentraltemperatur nicht (**Braune Zwerge**).

Sterne sind in der Kontraktionsphase nur schwer zu beobachten, da sie in dichten Molekül- und Gaswolken verborgen sind. Man findet sie in **Sternentstehungs-Gebieten** (*HII-Regionen*), z. B. im Orion-Nebel und im Taurus-Gebiet. Bekannte junge Sterne sind die *T Tauri - Sterne*, deren hohe Li-Häufigkeit zeigt, daß ihre Zentraltemperatur noch nicht sehr hoch sein kann. Sie sind mitunter mit *Herbig-Haro-Objekten* assoziiert, welche durch einen zu einem Jet kollimierten Sternenwind entstehen.

Man glaubt, daß letzterer durch die Interaktion des Sterns mit einer zirkumstellaren Scheibe entsteht, welche ein Resultat der Kontraktionsphase sind und Vorläufer von Planetensystemen sein können.

2.7.3 Hauptreihenphase

Während der Hauptreihenphase entwickeln Sterne sich relativ langsam gemäß der nuklearen Zeitskala. Sonnenähnliche Sterne verbringen hier 10^{10} Jahre, Sterne mit einem Viertel der Sonnenmasse ca $7 \cdot 10^{10}$ Jahre, Sterne mit 15 Sonnenmassen allerdings nur 10^7 Jahre. Aus diesem Grund ist das untere Ende der Hauptreihe dicht besetzt, das obere nur dünn. Es gibt Unterschiede zwischen Sterne der **unteren** und der **oberen Hauptreihe**.

2.7.3.1 Obere Hauptreihe

Für Sterne mit $M_{\text{Stern}} \geq 1.5 M_{\text{Sonne}}$ übersteigt die Zentraltemperatur $1.8 \cdot 10^7$ K und der CNO-Zyklus wird dominant. Wegen der Temperaturabhängigkeit ist die Energieproduktion auf den Kern konzentriert und sehr hoch. Daher entwickelt sich ein konvektiver Kern. Außerhalb erhält sich ein Strahlungsgleichgewicht bis zur Sternoberfläche. Gegen Ende der Entwicklung ist H im Zentrum aufgebraucht und der Kern schrumpft schnell. Die Temperatur wächst in den äußeren Bereichen, wo Wasserstoffbrennen wieder einsetzt.

2.7.3.2 Untere Hauptreihe

Für diese Sterne ist die pp-Kette dominant und die Energieproduktion über einen größeren relativen Radius verbreitet. Der Kern bleibt im Strahlungsgleichgewicht. Wegen der geringeren Temperatur in den äußeren Schichten ist die Opazität dort groß und die Sterne haben *konvektive Hüllen*.

Wegen der fehlenden Konvektion im Zentrum verbraucht sich H dort schnell. Der Stern wird langsam heißer und heller, bis das Zentrum fast vollständig zu He geworden ist. Es setzt dann *H - Hüllenbrennen* ein.

Sterne unterhalb 0.26 Sonnenmassen sind voll konvektiv, ihnen steht daher aller H als Brennstoff zur Verfügung. Nach dessen Verbrauch entwickeln sie sich zu Weißen Zwergen.

2.7.4 Riesenphase und danach

Nach Abschluß der Hauptreihenphase haben Sterne kein H mehr im Zentrum und H-Hüllenbrennen setzt ein. Die äußere Hülle expandiert, T_{eff} nimmt ab und der Stern wandert nach "rechts". Die konvektive Hülle expandiert, bis die Hayashi-Linie erreicht ist. Sterne geringerer Masse erhöhen ihre Leuchtkraft durch Zunahme des Radius und wird zum Roten Riesen.

Sterne oberhalb von 0.26 Sonnenmassen können He im Triple-Alpha-Prozeß verbrennen. Die Masse des He-Kerns nimmt zu, He-Brennen setzt simultan im ganzen degenerierten Kern ein (T konstant). Dessen Temperatur steigt, ohne daß er expandiert, durch die Zunahme der Energieproduktion wird die Degeneration plötzlich explosiv aufgehoben (*He-Flash*). Der Stern befindet sich dann auf dem *Horizontalast*. Nach Verbrauch des Heliums im Kern kann *He-Hüllenbrennen* einsetzen. Dieser Zustand ist bei Sternen unterhalb 3 Sonnenmassen instabil und kann zur Bildung eines *Planetarischen Nebels*, bei welchem der Stern seine äußere Hülle verliert, führen. Der Kern verbleibt als *Weißer Zwerg*.

Massivere Sterne zwischen 3 und 15 Sonnenmassen haben keinen He-Flash, dafür aber - je nach Masse - eine C- oder O-Flash. Dieser führt zu einer **Supernova** (Typ II), welche den Stern komplett zerstört.

Noch massivere Sterne produzieren Fusionen bei höheren Massen bis zu Fe und können mehrere Fusionschalen haben. Das Ende aller nuklearer Reaktionen hat einen Kollaps des Kerns in der dynamischen Zeitskala des Kerns (Bruchteile von Sekunden) zufolge. Die äußeren Hüllen explodieren als Supernova, der Kern bleibt als dichter Körper zurück.

Das Schicksal eines massiven Kerns richtet sich nach der verbleibenden Masse. Ein Weißer Zwerg ist von der Größe der Erde und besteht aus entarteter Materie mit hoher Dichte ($\bar{\rho} = 10^8 \dots 10^9 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$). Er verliert durch Strahlung graduell seine restliche thermische Energie. Ist seine Masse größer als die **Chandrasekhar-Masse** $M_C = 1.44 M_{\text{Sonne}}$, dann bildet sich ein **Neutronenstern** mit Dichten von $\bar{\rho} = 10^{16} \dots 10^{18} \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$. Diese Gebilde haben Durchmesser von ca. 10 km, der Degenerationsdruck der Neutronen hält sie stabil. Neutronensterne kann man als **Pulsare** beobachten.

Kein bekannter physikalischer Prozeß hält Kerne, die massiver als die **Oppenheimer-Volkov-Masse** $M_{OV} = 1.5 \dots 2 M_{\text{Sonne}}$ sind, stabil - sie bilden vermutlich **Schwarze Löcher**.

2.8 Veränderliche Sterne

Sterne, die ihre Leuchtkraft in merklichem Maße über beobachtbare Perioden ändern, sind schon seit Beginn des 17. Jh. bekannt. Neu entdeckte veränderliche Sterne werden nach ihrem Sternbild und mit einer Buchstabenkombination versehen be-

nannt. Der erste in einem Sternbild gefundene Veränderliche erhält den Buchstaben R, der zweite S usw. bis Z. Danach geht es mit RR, RS, ... bis ZZ weiter und schließlich über AA bis QZ. Dies reicht für 334 Veränderliche pro Sternbild und erklärt deren z. T. exotische Namen. Weitere Veränderliche werden mit V335, V336 etc. bezeichnet.

Neben den bereits bekannten Bedeckungsveränderlichen gibt es eine Vielzahl *physisch veränderlicher Sterne*, welche wir hier vorstellen. Die verantwortlichen physikalischen Mechanismen sind vielfältig, und für viele Arten noch nicht genau verstanden. Man unterscheidet sie nach Lichtkurven (z. T. im Radio- oder Röntgenbereich) und nach Veränderungen der Spektralklasse oder im Spektrum. Man unterscheidet grob *pulsierende* Veränderliche, *eruptiv* Veränderliche, und *magnetische* (oder Rotations-) Veränderliche. Ihnen entsprechen bestimmte Entwicklungszustände.

2.8.1 Pulsierende Veränderliche

Pulsierende Veränderliche zeigen Linienverschiebungen synchron mit mehr oder weniger regelmäßigen Helligkeitsvariationen; erstere werden als Doppler-verschiebung einer pulsierenden Atmosphäre gedeutet. Die beobachteten Geschwindigkeiten sind im Bereich von 40 ... 200 km s⁻¹. Der Hauptgrund der Helligkeitsveränderung ist eine Temperaturänderung - die Änderung des Radius ist vergleichsweise klein. Pulsierende Veränderliche sind meistens Riesensterne, es gibt sie aber auch auf der Hauptreihe und unter Weißen Zwergen. Die Haupttypen und ihre Eigenschaften sind in Tabelle 2.8.1 zusammengefaßt.

<i>Bezeichnung</i>	<i>N</i>	<i>P [d]</i>	<i>Spektraltyp</i>	<i>Δm</i>
Klassische Cepheiden (δ Cep, W Vir)	700	1 – 50	F – K I	< 2
RR Lyrae	4400	< 1	B8 – F2 III	< 0.7
Zwergcepheiden (δ Scuti)	20	0.05 - 2	F III	< 1
β Cephei	20	0.1 – 0.25	B1 – B3 III	< 0.1
Mira - Variable	4600	80 - 1000	M III	> 2.5
RV Tauri	100	30 - 150	G – K I	< 3
α ² Can Ven	30	1/25/99	Ap	< 0.1

	<i>Bezeichnung</i>	<i>N</i>	<i>P [d]</i>	<i>Spektraltyp</i>	<i>Δm</i>
	Semiregulär	2300	30 - 1000	K – M I	< 2.5
	Irregulär	1700	-	K – M I	< 2

Tabelle 2.8.1: *Typen pulsierender Veränderlicher.*

Die physikalische Erklärung für die Veränderlichkeit dieser Sterne sind radiale Pulsationen des Sternenkörpers in seiner Grundschiwingung oder einer Oberschiwingung. Die Periode P hängt mit der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ des Sterns wie folgt näherungsweise zusammen:

$$P = \frac{R_{\text{Stern}}}{c_s} \approx \frac{1}{\sqrt{G \bar{\rho}}} \quad (2.65)$$

Es zeigt sich, daß der Vergleich der Variation des Radius (durch Integration der Spektrallinienverschiebung), der Effektivtemperatur und der Leuchtkraft zu einem mit der Pulsation des Sterns konsistenten Ergebnis führt. Die Ursache der Instabilität, welche die Pulsationen unterhält, wird dartin gesehen, daß unter gewissen Umständen die Opazität in den H-He-Ionisationszonen am äußeren Rand des Sterns mit zunehmenden Druck steigt (" κ -Mechanismus"). Die während der Kontraktion absorbierte und der Expansion freiwerdende Energie kann die Oszillation aufrecht erhalten. Dies betrifft insbesondere Sterne mit $T_{\text{eff}} = 8000\text{K}$ in der Nähe der Hauptreihe bis $T_{\text{eff}} = 5000\text{K}$ bei den Überriesen (*Instabilitätsstreifen der Cepheiden*).

Die Amplituden der Lichtkurve im Sichtbaren nimmt mit bei sinkender Effektivtemperatur zu. Dies ist mit dem Planck'schen Strahlungsgesetz zu verstehen, wenn das Strahlungsmaximum zu langen Wellenlängen verschoben ist. Zu längeren Perioden und kühleren Oberflächen hin werden die Pulsationen unregelmäßiger. Dies hängt vermutlich mit den größer werdenden Konvektionszonen und der Kopplung zwischen Turbulenz und Pulsation zusammen.

Zwei der wichtigsten Klassen von Pulsations-Veränderlichen:

Mira - Variable: diese Sterne sind nach **Mira** (o Ceti) benannt, einer der auffälligsten Variablen. Es handelt sich um sehr späte Riesensterne mit langen Perioden zwischen 80 ... 1000 Tagen, welche starke Sternwinde zeigen. Mira selbst hat einen Durchmesser von 2 AU und zeigt Variationen von bis zu $\Delta m_v = 10$ (12 ... 2-4). Bei der geringen

Effektivtemperatur von ca. 2000 K führen schon leichte Temperaturschwankungen zu starken Helligkeitsschwankungen im Sichtbaren.

Klassische Cepheiden: Anfang des Jahrhunderts erkannte Henrietta Leavitt, daß Veränderliche vom Typ δ Cephei eine starke Korrelation der Leuchtkraft mit der Periode haben. Diese Erkenntnis erlaubte zum ersten Male die Bestimmung extragalaktischer Distanzen. Die Perioden-Helligkeits-Beziehung ist heute wesentlich verfeinert und auf andere Variablentypen (W Vir) erweitert worden.

2.8.2 Eruptive Variable

Eruptive Variable umfassen Sterne, welche singular oder unregelmäßig Helligkeitsausbrüche zeigen, die häufig mit Materie-strömungen verbunden sind. Diese können bis zu $\Delta m = 20$ betragen. Eine Zusammenstellung ihrer Eigenschaften ist in Tabelle 2.8.2 zu finden.

<i>Bezeichnung</i>	<i>N</i>	<i>Δm</i>	<i>Geschwindigkeit [km s⁻¹]</i>
Supernovae	7	> 20	4000 - 10000
Novae, wiederkehrende Novae	170	7 ... 18 < 10	200 – 3500 600
Novaähnliche (P Cygni, symbiotische Sterne)	40	< 2	30 - 100
Zwegnovae (SS Cyg / U Gem, ZZ Cam)	240	2 ... 6	-700
R Cor Bor	30	1 ... 9	-
Irregulär (nebulöse Variable, T Tau, RW Aur)	210	< 4	-300
Flare-Sterne (UV Ceti)	30	< 6	2000

Tabelle 2.8.2: Typen eruptiver Veränderlicher.

Flare-Sterne: diese sind junge Hauptreihensterne der Spektralklasse M. Sie zeigen unregelmäßig *flare*-Ausbrüche von einer Dauer von Minuten, ähnlich denen der Sonne. Diese werden mit Rekonnektion von Magnetfeldern in Verbindung gebracht.

Kataklysmische Veränderliche: diese umfassen Novae ($\Delta m_v = 7...20$) und Zwergnovae ($\Delta m_v = 2...6$). Hier handelt es sich um nahe Doppelsternsysteme, bei welchem Materie von einem kühlen Hauptreihenstern auf einen etwas schwereren Weißen Zwerg übergeht (meist über eine Akkretionsscheibe). Hat sich dort genügend Material angesammelt, so kommt es auf der Oberfläche des Weißen Zwergs zum explosiven Wasserstoffbrennen, wobei die Hülle abgestoßen wird. Das System kehrt dann in den ursprünglichen Zustand zurück, der Vorgang kann sich wiederholen.

Novaausbrüche führen zu einem Helligkeitsanstieg innerhalb von 1 - 2 Tagen, denen eine mehrere Monate bis Jahre andauernde Abklingphase folgt. Schwächere Novae und Zwergnovae haben wiederkehrende Ausbrüche zwischen Dekaden und Wochen bis Jahren.

Supernovae: man unterscheidet zwei fundamental verschiedene Typen (I und II). Beiden sind Ausbrüche mit $\Delta m > 20$ gemein, gefolgt von einer Abklingphase, welche Jahre andauert. Der Typ II betrifft junge, massive Sterne am Ende ihrer Entwicklung. Der Typ I wird von alten Sternen von etwa Sonnenmasse erzeugt. Diese sollten eigentlich als Weiße Zwerge enden. Sind sie aber Teil einer Nova, so kann ein Teil der vom Begleitstern übergehenden Materie auf dem Weißen Zwerg in Form von He, C, oder O verbleiben und seine Masse erhöhen. Wird die Chandrasekhar-Masse überschritten, so entsteht eine Supernova mit einem Neutronenstern. Da die Ausgangsbedingungen für Typ I - Supernovae sehr ähnlich sind, sind ihre Helligkeiten ungefähr gleich. Sie spielen ähnlich wie die Cepheiden daher eine Rolle als **Leuchtkraftstandards**.

2.8.3 Veränderlichkeit durch Magnetismus

Hauptreihensterne mit einer äußeren (Wasserstoff-) Konvektionszone zeigen **magnetische Aktivität**, welche von der Rotationsrate abhängt. Von der Sonne ist diese Aktivität in Form von **Sonnenflecken** und **Fackelgebieten** (*plages*) bekannt. Durch die Rotation bewegensich die aktiven Gebiete über die Sternscheibe und erzeugen so eine Modulation der Intensität.

Während die Variation des Gesamtstrahlungsstroms der Sonne extrem klein ist ($< 10^{-4}$), zeigen andere Sterne eine erhöhte Variation. Sterne, die jünger sind als die Sonne, rotieren i. A. schneller und zeigen erhöhte Aktivitätsmerkmale. Die Erzeugung magnetischer Felder findet in der Konvektionszone statt, sie ist umso effektiver je schneller ein Stern rotiert. Mit zunehmenden Alter verliert ein Stern über Sternenwinde Drehimpuls und rotiert somit langsamer, wobei auch die Aktivität zurückgeht.

Einige Sterne des Spektraltyps A - die kühleren *Ap-Sterne* - zeigen starke magnetische Aktivität in ihren Spektren und in Form einer Helligkeitsschwankung von 0.1 mag. Aufgrund des Zeeman-Effektes kann man nachweisen, daß diese Sterne Magnetfelder von 0.1 ... 1 T (10^3 ... 10^4 G) haben, deren Stärke sich mit den Lichtkurven periodisch ändert. Man führt diese auf riesige Sternflecken und Rotationsmodulation zurück.